



GUIA DO PROFESSOR

Caro professor, caso tenha algum questionamento de qualquer natureza, não hesite em nos contactar pelo e-mail:

conteudosdigitais@im.uff.br

DESCRIÇÃO

Apresenta-se aqui um conjunto de atividades interativas que permite estudar o comportamento variacional da função afim. A sequência didática proposta é composta de cinco etapas.

Numa primeira etapa são relembrados alguns tópicos já estudados da função afim: definição e interpretação geométrica dos coeficientes a e b que definem a função. Uma atividade produzida com o *software* GeoGebra é utilizada para auxiliar a interpretação geométrica.

Nas três etapas seguintes, desenvolve-se o estudo propriamente dito do comportamento variacional das funções afins.

Esse estudo é realizado inicialmente (no item de menu “Taxa de variação”) por meio de um aplicativo que faz uso do *software* GeoGebra e que permite ao aluno observar (gráfica e numericamente) que, uma vez escolhidos os valores dos parâmetros a , b e Δx , as quantidades Δy e $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ não variam com o valor de x . Os cálculos algébricos referentes a esses resultados são apresentados à medida que o aluno responde as questões da atividade.

No item seguinte (Função afim e sequências), é apresentada uma atividade que procura estabelecer a relação entre uma progressão aritmética e a sequência formada pelas imagens dos elementos dessa progressão por uma função afim. Além de uma tabela interativa, uma célula contendo uma representação gráfica da situação escolhida é utilizada para a composição do cenário da atividade. Espera-se que o aluno conclua, observando a tabela, que, se x_n é uma progressão aritmética e f é uma função afim, então $f(x_n)$ também será uma progressão aritmética. A demonstração da propriedade observada é apresentada na solução das questões da atividade. Consideramos esse momento imprescindível! Só o cálculo algébrico dá a garantia efetiva de que o que foi observado tem validade para quaisquer x_0 e Δx escolhidos, ainda que estes valores fossem irracionais (coisa que o computador não faz!).

Em seguida é apresentada então a caracterização da função afim (quarto item do menu). A demonstração da caracterização não é apresentada ao aluno. Espera-se que o aluno fique convencido deste resultado por meio de sua intuição matemática tal e como fizeram Galileu e os primeiros matemáticos que se aventuraram no mundo do cálculo. O professor que quiser ver uma demonstração do resultado pode consultar a referência (Lima et alii, 2001) ou acessar o ícone informações (lâmpada verde) na primeira página do módulo.

E, por último, são apresentadas situações problemas que estimulam o aluno a “enxergar” a função escondida. Algumas animações em flash são utilizadas para uma melhor visualização das situações descritas no enunciado dos problemas. Estas animações permitem também que os alunos observem os padrões que lhes permitirão concluir que a função é uma boa possibilidade para modelar o problema.

OBJETIVOS

Estudar o comportamento variacional da função afim fazendo uso de recursos gráficos, numéricos e algébricos; caracterizar uma função afim por meio de seu comportamento variacional; usar processos de modelagem matemática para resolver problemas do cotidiano, tendo como referência o comportamento variacional da função afim; estimular no aluno o espírito crítico e intuitivo, fazendo com que crie conjecturas e sinta a necessidade de fazer generalizações.

QUANDO USAR?

Sugerimos que a atividade seja usada de modo preferencial na terceira série do ensino médio. São necessários para o desenvolvimento da atividade que o aluno já tenha realizado um estudo preliminar de função afim e progressões aritméticas. Ter estudado progressões geométricas e retas no plano ajudaria na compreensão dos exercícios propostos.

COMO USAR?

Decidir como usar o computador é uma questão que depende de alguns fatores: número de alunos na turma, número de computadores disponíveis no laboratório de informática e tempo disponível em sala de aula. Em virtude disto, vamos sugerir três estratégias de uso desta atividade:

1. Como exercício extraclasse.

Nesta modalidade, você pode propor a atividade 1 e os problemas no final do módulo para seus alunos como um dever de casa, para ser realizado fora do tempo de sala de aula, isto é, em um horário livre no laboratório da escola ou na própria casa do aluno, caso ele possua um computador. Tal procedimento seria mais no intuito de otimizar o seu tempo didático. Você pode definir um prazo predeterminado para a realização da atividade (por exemplo, uma semana). Achamos que não é preciso que você explique o funcionamento do *software* da atividade, pois os procedimentos para sua utilização estão detalhados na atividade. O ideal seria que você retomasse a apresentação dessas atividades a título de correção. Observe ainda que a animação em Flash contida no problema 1 oferece a possibilidade de fazer a proposta de novos problemas para a verificação da aprendizagem dos estudantes. Seria interessante que os professores criassem novos enunciados de problemas, fazendo uso do aplicativo. Sugestões serão bem-vindas. Envie suas criações para o nosso e-mail: conteudosdigitais@im.uff.br.

Por outro lado, não recomendamos que as atividades 2 e 3, bem como o item “caracterização da função afim” seja trabalhado dessa forma. Achamos a participação do professor fundamental para o devido apoio e adequação da linguagem na realização da atividade.

2. Em sala de aula com um projetor multimídia (*data show*).

Se você tiver acesso a um projetor multimídia (*data show*) ou a um computador ligado na TV, você poderá usar o módulo completo em sala de aula. Sugere-se que você, neste caso, use e abuse do diálogo com os seus alunos. Para a realização de cada atividade, escale um ou dois auxiliares para que realizem publicamente, e junto com os colegas, a atividade proposta sob sua orientação. Faça as intervenções que julgar necessário e tenha certeza de que ao terminar a atividade todos atingiram seu objetivo. Se necessário for, convoque o aluno que porventura ainda tenha dúvida na realização da atividade para ser seu auxiliar. Ao mudar de atividade, mude também de auxiliares. Se precisar ir ao quadro, não se acanhe! Ele também é uma tecnologia a serviço do professor!

3. Como uma atividade de laboratório sob a supervisão do professor.

A grande vantagem desta modalidade é que você poderá acompanhar de perto como os seus alunos estão interagindo com o computador. Por outro lado, a ação didática é mais descentralizada e heterogênea. O professor deve estar atento para garantir uma certa harmonia da realização da aula. “Freie”, se necessário, o avanço dos alunos com melhor rendimento propondo atividades extras ou utilizando-os como monitor. Além de ajudar os colegas que tenham mais dificuldade, ele também ajudará você com o feedback da realização das atividades. Oriente os monitores que é para *ajudar* e, *não*, para *fazer* a atividade pelo colega.

Para a realização do módulo, sugerimos que o professor utilize duas aulas seguidas (100 minutos) para realizar as três primeiras etapas. O rendimento da aula em dois tempos seguidos é bem superior ao de dois tempos intervalados. Para a realização das duas últimas etapas, sugerem-se também mais dois tempos seguidos.

Acreditamos que ao usar o laboratório de informática, e dependendo do perfil da turma, o professor poderá precisar mais do que os quatro tempos de aulas sugeridos anteriormente.

Recomendamos fortemente que o aluno preencha algum tipo de questionário de acompanhamento, para avaliação posterior. Imprima a versão em rtf e peça que os alunos apresentem, por escrito, as suas respostas, raciocínios e cálculos durante a realização das atividades.

[afim-aluno.rtf](#)

Este formulário de acompanhamento do aluno também estará acessível na página principal da atividade através do seguinte ícone:



OBSERVAÇÕES METODOLÓGICAS

Se tiver opção de escolha, prefira usar o laboratório de informática e recomende fortemente que os alunos usem e preencham o formulário de acompanhamento.

Relatos de experiências (comprovados em nossos testes) mostram que os alunos têm forte resistência em preencher este tipo de formulário. Mais ainda: estes relatos mostram que, frequentemente, os alunos conseguem argumentar corretamente de forma verbal, mas enfrentam dificuldades ao fazer o registro escrito de suas ideias.

Mesmo com as reclamações e resistência dos alunos, nossa sugestão é que você, professor, insista no preenchimento do formulário. Afinal, por vários motivos, é muito importante que o aluno adquira a habilidade de redigir corretamente um texto matemático que possa ser compreendido por outras pessoas. Sem contar que este material fornecerá, certamente, subsídios para que você possa avaliar a aprendizagem dos seus alunos.

Lembre-se de fazer uso da figura do monitor. Você como professor da classe conhece bem seus alunos. Deixe-os de sobreaviso e dê as orientações necessárias para eles ao iniciar as atividades. A participação do professor nessa forma de ensino é bastante intensa. Você certamente não terá descanso! Mas temos certeza, valerá a pena!

Seu aluno, além de dúvidas conceituais, poderá apresentar dúvidas com relação ao manuseio das ferramentas utilizadas nas atividades. Procure prever esses tipos de dúvidas, realizando você mesmo as atividades. Não se esqueça também de nos avisar para que possamos aperfeiçoar o módulo.

OBSERVAÇÕES TÉCNICAS

A atividade pode ser acessada usando um navegador (Firefox 2+ ou Internet Explorer 7+), através do link <http://www.uff.br/cdme/afim/> (endereço alternativo: <http://www.cdme.im-uff.mat.br/afim/>). Se você preferir, solicite que o responsável pelo laboratório da sua escola instale a atividade para acesso *off-line*, isto é, sem a necessidade de conexão com a internet.

Usuários do Internet Explorer devem baixar e instalar o programa gratuito [MathPlayerSetup.exe](#) (1.7 MB, (você pode baixá-lo gratuitamente clicando no nome do programa)) para poder visualizar as fórmulas matemáticas deste módulo. Usuários do Firefox não precisam se preocupar, pois este recurso já vem instalado com o próprio navegador. Para a realização plena das atividades deste módulo o seu navegador deverá ter também o *plug-in* do [Flash Player](#) (você pode baixá-lo em <http://get.adobe.com/br/flashplayer>).

A atividade pode ser executada em qualquer sistema operacional: Windows, Linux e Mac OS. Porém, para executá-lo, é preciso que o computador tenha a linguagem JAVA instalada. A instalação da linguagem JAVA pode ser feita seguindo as orientações disponíveis no seguinte link http://www.java.com/pt_BR/.

Importante: algumas distribuições Linux vêm com o interpretador JAVA *GCJ Web Plugin* que não é compatível com o *applet* da atividade. Neste caso, recomendamos que você solicite ao responsável pelo laboratório da escola que instale o interpretador nativo da Sun, disponível no link http://www.java.com/pt_BR/.

Acessibilidade: a partir da Versão 2 do Firefox e da Versão 8 do Internet Explorer, é possível usar as combinações de teclas indicadas na tabela abaixo para ampliar ou reduzir uma página da internet, o que permite configurar estes navegadores para uma leitura mais agradável.

Combinação de Teclas	Efeito
	Ampliar
	Reduzir
	Voltar para a configuração inicial

Vantagens deste esquema: (1) além de áreas de texto, este sistema de teclas amplia também figuras e aplicativos FLASH e (2) o sistema funciona para qualquer página da internet, mesmo para aquelas sem uma programação nativa de acessibilidade.

Outra observação que deve ser feita diz respeito às ferramentas do *software* GeoGebra que se encontram disponíveis na realização das atividades. São elas:

	Serve para mover um ponto na tela do GeoGebra. O seu uso torna-se necessário uma vez que tenha sido utilizada alguma outra ferramenta do GeoGebra.
	Reinicia o <i>applet</i> do GeoGebra, mostrando a situação inicial da tela do GeoGebra. Deve ser utilizada principalmente quando o aluno usa sem critério as demais ferramentas e deseja-se voltar ao estado inicial.
	Serve para deslocar os eixos do sistema de coordenadas.
	Serve para ampliar a figura.
	Serve para reduzir a figura.

Para descobrir a utilidade de cada uma das ferramentas, basta que o aluno posicione o cursor do mouse sobre o ícone da mesma. Aparecerá em seguida, em uma janela, a função da ferramenta.

Atenção: se você estiver usando a atividade *offline* através de uma cópia local em seu computador, é importante que os arquivos não estejam em um diretório cujo nome contenha acentos ou espaços.

DICAS

1. Apesar das questões das atividades terem respostas, peça que os alunos registrem a forma como resolveram cada questão. Peça também que eles assinem o formulário de acompanhamento e que devolvam ao final da aula. No início da outra aula, entregue os formulários aos seus donos para que continuem a preenchê-los. Não esqueça de recolher, ao final da última atividade do módulo, para que você possa fazer uma avaliação da aprendizagem dos seus alunos. Este material será útil também para saber se o módulo proposto está cumprindo o seu objetivo.
2. Para incluir um desenho gerado pelo *software* da atividade em editor de texto, você pode proceder como se segue: (a) pressione a tecla “**PRINT SCRN**” (isto irá capturar a tela do seu computador) (b) abra o programa *Paint* do Windows e, então, mantendo a tecla “**CTRL**” pressionada, pressione a tecla “**V**” (isto irá colar o desenho da tela no *Paint*), (c) recorte o desenho no *Paint* (existe uma ferramenta que faz isto), (d) salve a figura e inclua-a no documento aberto no editor.
3. Não se esqueça de sugerir aos alunos a leitura complementar que pode ser acessada no ícone “informações suplementares” (lâmpada verde), localizada na primeira página do módulo.



4. Sugira que eles façam também as atividades do jogo “Como b depende de a?”, que pode ser acessado pelo *link*:

<http://www.uff.br/cdme/c1d/c1d-html/c1d-br.html>.

Ou pelo *link*:

<http://www.cdme.im-uff.mat.br/c1d/c1d-html/c1d-br.html>.

Nesta atividade eles terão contato com outra representação do conceito de função.

5. Uma sequência natural seria a realização, em ordem, dos módulos “Variação da função quadrática” e “Variação da função exponencial”. Estes módulos podem ser acessados em <http://www.uff.br/cdme> ou <http://www.cdme.im-uff.mat.br>.
6. A leitura do artigo “*Galileu e as novas tecnologias no estudo das funções reais no ensino básico*”, citado na referência, acreditamos, seria de grande valia para que o professor pudesse compreender o espírito da proposta deste módulo.
7. Na referência são apresentados outros textos que serão bastante úteis para o professor. Vale a pena conferir!

DISCUSSÃO APÓS A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

Sugerimos fortemente que seja feita uma discussão com os alunos após a realização do módulo. Se você optou por levá-los ao laboratório, isto pode ser feito no próprio laboratório, logo após o término da última atividade. Sugira que façam um resumo do que aprenderam. Esta discussão pode incluir as diferentes estratégias de solução dos exercícios adotada por cada aluno, a comparação das respostas dos alunos, as dificuldades encontradas na realização dos exercícios, a ênfase em propriedades e resultados importantes, as informações suplementares, etc.

AValiação

Como instrumento de avaliação, sugerimos que você peça para os alunos elaborarem um relatório descrevendo as perguntas e respostas apresentadas na discussão em sala de aula. Nesse relatório, o professor poderá avaliar as capacidades de compreensão, argumentação e organização do aluno. Recomendamos que o formulário de acompanhamento preenchido durante a realização da atividade seja anexado ao relatório.

REFERÊNCIAS

- Bassanezi, R. C. (2002) *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. Rio de Janeiro: Ed. Contexto.
- Boyer, C. B. (1949) *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. New York: Dover Publications Inc.
- Caraça, B. de J. (1948) *Conceitos Fundamentais da Matemática*. 9ª edição. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora.
- Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., Lock, P. F., Flath, D. E. et al. (1999) *Cálculo e Aplicações*. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA.
- Kasner, E. e Newman, J. (1961) *Mathematics and the Imagination*. Londres: G. Bells and sons Ltd.
- Lima, E.L., Carvalho, P. C. P., Wagner, E. & Morgado, A. C. (2001) *A Matemática do Ensino Médio*. Coleção do Professor de Matemática. V. 1. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática.
- Maor, E. (2003) *E: a história de um número*. Rio de Janeiro: Record.

Rezende, W. M. (2008) Galileu e as novas tecnologias no estudo das funções reais no ensino básico. EM: *Anais do IV HTEM (IV Colóquio de História e Tecnologias no Ensino de Matemática)*. [CD-ROM]. Rio de Janeiro, 2008, UFRJ, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.professores.uff.br/wmrezende>.

Rossini, R. (2006) *Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias*. Tese de doutorado. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2006.

Rüthing, D. (1984) Some Definitions of The Concept of Function from Joh. Bernoulli to N. Bourbaki. *The Mathematical Intelligencer*, **6**, (4), 72-77.

Sierpiska, A. (1992) On understanding the notion of function. In: Dubinsky, E. & Harel, G. (eds.), *The Concept of Function: Elements of Pedagogy and Epistemology. Notes and Reports Series of the Mathematical Association of America*, **25**, 25-58.

Youshkevitch, A. P. (1976/77). The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century. *Archive for History of Exact Sciences*, **16**, 37-85.

Weisstein, E. W. (2009) *MathWorld—A Wolfram Web Resource*.
Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/>.

[\[Clique aqui para voltar para a página principal!\]](#)

Dúvidas? Sugestões? Nós damos suporte! Contacte-nos pelo e-mail:
conteudosdigitais@im.uff.br.

Anexo

Formulário de Acompanhamento do Aluno

Função Afim

Atividade 1

O que você observou?

Atividade 2

2.1 O que você observa em relação à variação de Δy à medida que varia o valor de x_0 ?

- () Δy cresce à medida que os valores de x_0 aumentam
- () Δy decresce à medida que os valores de x_0 diminuem
- () Δy permanece constante para qualquer valor de x_0

2.2 O que você observa em relação à variação de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ à medida que varia o valor de x_0 ?

- () $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cresce à medida que os valores de x_0 aumentam
- () $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ decresce à medida que os valores de x_0 diminuem
- () $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ permanece constante para qualquer valor de x_0

Atividade 3

3.1 O que você observa na coluna que contém os valores de $(f(x_n))$? $(f(x_n))$ também é uma progressão aritmética?

- ☐ Sim, $(f(x_n))$ é uma progressão aritmética
- ☐ Não, $(f(x_n))$ não é uma progressão aritmética

Justifique sua resposta.

3.2 Escolha agora outros valores para x_0 e Δx . Pode-se concluir que os valores de $(f(x_n))$

- ☐ formam uma progressão aritmética
- ☐ não formam uma progressão aritmética

Justifique sua resposta.

3.3 O que você concluiu pode ser generalizado para qualquer outra função afim?

- ☐ Sim
- ☐ Não

Justifique sua resposta.

Problema 1

a. Quanto o cliente pagaria por uma corrida de 70 km?

Resposta:

b. Agora determine, sem mexer no aplicativo, quanto o cliente pagaria por uma corrida de 220 km?

Resposta:

Cálculos:

c. E por uma corrida de 98 km?

Resposta:

Cálculos:

d. Observando os dados da tabela, que tipo de função você escolheria para descrever a relação entre as variáveis V e s ?

() uma função afim

() uma função quadrática

() uma função exponencial

Justifique sua resposta.

Atividade extra

Determine números reais a e b que definem a função afim $V(s) = as + b$.

Resposta: $V(s) = \underline{\hspace{2cm}} s + \underline{\hspace{2cm}}$

Cálculos:

e. Indique uma forma que o funcionário teria para responder o item (b) usando apenas o aplicativo.

Resposta:

Problema 2

a. Determine a função $V \equiv V(s)$ para cada um dos modelos abaixo:

Modelo

Classe B (Econômico com Ar)

Classe C (Executivo)

Classe D (Executivo Luxo)

Cálculos:

Classe B (Econômico com Ar):

Classe C (Executivo):

Classe D (Executivo Luxo):

b. Pedro usou um modelo classe C e pagou pelo aluguel a importância de R\$ 355,00. Sabendo que Alexis alugou um modelo classe B, determine quanto ele poderia andar a mais do que Pedro pagando o mesmo valor que Pedro pagou.

Resposta:

Cálculos:

Problema 3

a. Quando a caixa d'água terá 7000 litros?

() 20 horas desse dia

() 22 horas desse dia

() 23 horas desse dia

() 1 hora do dia seguinte

Cálculos:

b. Quando ela ficará pela metade?

() 23 horas desse dia

() 1 hora do dia seguinte

() 7 horas do dia seguinte

() 11 horas do dia seguinte

Cálculos:

c. Considere $V(t)$ o volume (em litros) de água restante na caixa d'água passado “ t ” horas após o tempo em que ela estava cheia. Sabendo que $V(0) = 10000$ litros, coloque aqui a expressão de $V(t)$:

Resposta:

Cálculos: