



## GUIA DO PROFESSOR

Caro professor, caso tenha algum questionamento de qualquer natureza, não hesite em nos contactar pelo e-mail:

[conteudosdigitais@im.uff.br](mailto:conteudosdigitais@im.uff.br)

---

### DESCRIÇÃO

Nesta atividade apresentamos um aplicativo interativo orientado para o estudo das funções quadráticas. A integração de recursos gráficos, numéricos e simbólicos oferece um ambiente confortável para a apresentação e desenvolvimento do tema. As características dinâmicas do aplicativo, por sua vez, estimulam questões que são difíceis de se explorar apenas com quadro e giz.

### OBJETIVOS

Oferecer um ambiente computacional de apoio para o estudo das funções quadráticas fortemente conectado com o conteúdo programático que normalmente é aplicado a nível de ensino médio sobre o assunto.

### QUANDO USAR?

Sugerimos que a atividade seja usada quando da apresentação das funções quadráticas (o que usualmente ocorre logo no início do primeiro ano do ensino médio).

### COMO USAR?

Decidir como usar o computador é uma questão que depende de alguns fatores: número de alunos na turma, número de computadores disponíveis no laboratório de informática e tempo disponível em sala de aula. Em virtude disto, vamos sugerir três estratégias de uso desta atividade:

1. Como um exercício extraclasse.

Nesta modalidade, você pode propor a atividade para seus alunos como um dever de casa (valendo um ponto extra), para ser realizado fora do tempo de sala de aula, isto é, em um horário livre no laboratório da escola ou na própria casa do aluno, caso ele possua um computador. Você pode definir um prazo pré-determinado para a realização da atividade (por exemplo, uma semana). Acharmos que não é preciso que você explique o funcionamento do *software* da atividade, pois sua interface é bem simples e usual. Naturalmente, no decorrer do prazo do dever de casa, você poderá tirar dúvidas eventuais de seus alunos.

Para tornar o trabalho mais orientado e focado, recomendamos fortemente que o dever de casa

seja conduzido através de algumas questões que os alunos deverão estudar com o auxílio do *software* da atividade. O *formulário de acompanhamento do aluno*, apresentado mais embaixo, sugere vários exercícios. Este formulário também será útil como instrumento para uma discussão posterior em sala de aula (quando da devolução do formulário) e fornecerá subsídios para uma possível avaliação.

2. Em sala de aula com um projetor multimídia (*datashow*)

Se você tiver acesso a um projetor multimídia (*datashow*) ou a um computador ligado na TV, você poderá usar o *software* desta atividade em sala de aula para, por exemplo, ao invés de desenhar os poliedros no quadro, exibi-los e manipulá-los através do computador. Se houver tempo, mesmo alguns exercícios do *formulário de acompanhamento do aluno* poderão ser resolvidos em sala de aula sob sua orientação.

3. Como uma atividade de laboratório sob a supervisão do professor.

A grande vantagem desta modalidade é que você poderá acompanhar de perto como os seus alunos estão interagindo com o computador. Sugerimos que você apresente o jogo aos alunos, resolvendo um dos desafios como exemplo e, a partir daí, deixe-os brincar livremente, intervindo apenas quando necessário.

Principalmente nas modalidades 1 e 3, *recomendamos fortemente* que o aluno preencha algum tipo de questionário de acompanhamento, para avaliação posterior. Sugerimos o seguinte modelo (sinta-se livre para modificá-lo de acordo com suas necessidades):

[fqa-aluno.rtf](#).

Este formulário de acompanhamento do aluno também estará acessível na página principal da atividade através do seguinte ícone:



As respostas dos questionamentos propostos neste formulário não estão incluídas com a atividade, mas elas podem ser solicitadas através do e-mail [conteudosdigitais@im.uff.br](mailto:conteudosdigitais@im.uff.br).

## OBSERVAÇÕES METODOLÓGICAS

Relatos de experiências (comprovados em nossos testes) mostram que os alunos têm forte resistência em preencher o formulário de acompanhamento. Mais ainda: estes relatos mostram que, frequentemente, os alunos conseguem argumentar corretamente de forma verbal, mas enfrentam dificuldades ao fazer o registro escrito de suas ideias.

Mesmo com as reclamações e resistência dos alunos, nossa sugestão é que você, professor, insista no preenchimento do formulário. Afinal, por vários motivos, é muito importante que o aluno adquira a habilidade de redigir corretamente um texto matemático que possa ser compreendido por outras pessoas.

## OBSERVAÇÕES TÉCNICAS

A atividade pode ser acessada usando a internet, através do link <http://www.uff.br/cdme/fqa/> (endereço alternativo: <http://www.cdme.im-uff.mat.br/fqa/>). Se você preferir, solicite que o responsável pelo laboratório da escola instale a atividade para acesso *offline*, isto é, sem a necessidade de conexão com a internet.

O jogo pode ser executado em qualquer sistema operacional: Windows, Linux e Mac OS. Porém, para executá-lo, é preciso que o computador tenha a linguagem JAVA instalada. A instalação da linguagem JAVA pode ser feita seguindo as orientações disponíveis no seguinte link [http://www.java.com/pt\\_BR/](http://www.java.com/pt_BR/).

Atenção: se você estiver usando a atividade *offline* através de uma cópia local em seu computador, é importante que os arquivos não estejam em um diretório cujo nome contenha acentos ou espaços.

Importante: algumas distribuições Linux vêm com o interpretador JAVA *GCJ Web Plugin* que não é compatível com o applet da atividade. Neste caso, recomendamos que você solicite ao responsável pelo laboratório da escola que instale o interpretador nativo da Sun, disponível no link [http://www.java.com/pt\\_BR/](http://www.java.com/pt_BR/).

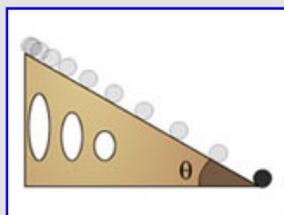
Acessibilidade: a partir da Versão 2 do Firefox e da Versão 8 do Internet Explorer, é possível usar as combinações de teclas indicadas na tabela abaixo para ampliar ou reduzir uma página da internet, o que permite configurar estes navegadores para uma leitura mais agradável.

| Combinação de Teclas  | Efeito                             |
|---|------------------------------------|
|  | Ampliar                            |
|  | Reduzir                            |
|  | Voltar para a configuração inicial |

Vantagens deste esquema: (1) além de áreas de texto, este sistema de teclas amplia também figuras e aplicativos FLASH e (2) o sistema funciona para qualquer página da internet, mesmo para aquelas sem uma programação nativa de acessibilidade.

## DICAS

1. Nos dados numéricos exibidos na região do gráfico, as reticências “...” indicam que a expansão decimal do número em questão pode continuar. Assim, “2...” indica que o número em questão está no intervalo  $[2, 3]$ . Outro exemplo: “0.3333...” indica que o número em questão está no intervalo  $[0.3333, 0.3334]$ . Adotamos esta estratégia para unificar a notação para as aproximações (inevitáveis) nos vários cálculos numéricos efetuados pelo computador.
2. Para estudar o comportamento variacional das funções quadráticas, recomendamos a atividade “Variação da Função Quadrática”, disponível nos endereços <http://www.uff.br/cdme/quadratica/> e <http://www.cdme.im-uff.mat.br/quadratica/>.



## QUESTÕES PARA DISCUSSÃO APÓS A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

Sugerimos fortemente que seja feita uma discussão com os alunos após a realização da tarefa. Se você optou por levá-los ao laboratório, isto pode ser feito no próprio laboratório, logo após o término da atividade. Se você optou por um exercício extraclasse, a discussão pode ser feita quando da devolução do

questionário. Esta discussão pode incluir as diferentes estratégias de solução dos exercícios adotada por cada aluno, a comparação das respostas dos alunos, as dificuldades encontradas na realização dos exercícios, a ênfase em propriedades e resultados importantes, as informações suplementares, etc.

## AVALIAÇÃO

Como instrumento de avaliação, sugerimos que você peça para os alunos elaborarem um relatório descrevendo as perguntas e respostas apresentadas na discussão em sala de aula. Nesse relatório, o professor poderá avaliar as capacidades de compreensão, argumentação e organização do aluno. Recomendamos que o questionário preenchido durante a realização da atividade seja anexado ao relatório.

## REFERÊNCIAS

Allaire, P. R.; Bradley, R. *Geometric Approaches to Quadratic Equations from Other Times and Places*. Mathematics Teacher, vol. 94, pp. 308-313, 2001.

Bossé, M. J.; Nandakumar, N. R. *The Factorability of Quadratics: Motivation for More Techniques*. Teaching Mathematics and Its Applications, vol. 24, no. 4, pp. 143-153, 2005.

Lima, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E.; Morgado, A. C. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 1. Sociedade Brasileira de Matemática, Coleção do Professor de Matemática, 2003.

de Souza, A. R.; Paulovich, L.; do Nascimento, M. C. *Vértices de Famílias de Parábolas*. Revista do Professor de Matemática, n. 41, pp. 7-11, 1999.

[\[Clique aqui para voltar para a página principal!\]](#)

---

Dúvidas? Sugestões? Nós damos suporte! Contacte-nos pelo e-mail:  
[conteudosdigitais@im.uff.br](mailto:conteudosdigitais@im.uff.br).

# **Anexo**

**Formulário de Acompanhamento do Aluno**

# Atividade: anatomia de uma função quadrática

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_

## INTERFACE 1

[01] O número de ouro é a raiz positiva da função quadrática  $y = x^2 - x - 1$ . Use a Interface 1 da atividade para calcular as raízes e as coordenadas dos vértices desta função quadrática.

[02] Não é possível ver todo o gráfico de uma função quadrática. O que conseguimos fazer, seja com lápis e papel, seja com o computador, é visualizar a parte do gráfico que está no retângulo

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \text{ e } y_{\min} \leq y \leq y_{\max}\},$$

denominado *janela de visualização*. Nos *softwares* da atividade, a janela de visualização inicial é dada por

$$x_{\min} = -5, \quad x_{\max} = 5, \quad y_{\min} = -3 \quad \text{e} \quad y_{\max} = 3.$$

Dependendo da função quadrática, é necessário fazer ajustes na janela de visualização. Para cada uma das funções quadráticas indicadas na tabela abaixo, determine os valores de  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ,  $y_{\min}$  e  $y_{\max}$  que permitam visualizar “adequadamente” suas raízes (caso existam) e o vértice da parábola que é gráfico da função quadrática.

| Função quadrática    | $x_{\min}$ | $x_{\max}$ | $y_{\min}$ | $y_{\max}$ |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|
| $y = x^2 - 49$       |            |            |            |            |
| $y = x^2 + 6$        |            |            |            |            |
| $y = x^2 + 14x + 49$ |            |            |            |            |
| $y = x^2 - 14x + 49$ |            |            |            |            |
| $y = 3000x^2 - 1$    |            |            |            |            |

[04] Dependendo da janela de visualização, o gráfico de uma função quadrática pode “parecer ser uma reta”. Veja, por exemplo, o gráfico da função quadrática  $y = x^2 - 5x - 11$  com a janela de visualização padrão

$$x_{\min} = -5, \quad x_{\max} = 5, \quad y_{\min} = -3 \quad \text{e} \quad y_{\max} = 3.$$

[05] Calcule os valores dos números **inteiros**  $a$ ,  $b$  e  $c$  de tal forma que a parábola que é gráfico da função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$  tenha foco  $F = (0, -7/4)$  e diretriz  $y = -9/4$ . Confira sua resposta usando a Interface 1 da atividade. Dica: use as equações para o foco e a diretriz dadas na Interface 1.

[06] Calcule os valores dos números **inteiros**  $a$ ,  $b$  e  $c$  de tal forma que a parábola que é gráfico da função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$  tenha foco  $F = (1/2, -1)$  e diretriz  $y = -3/2$ . Confira sua resposta usando a Interface 1 da atividade. Dica: use as equações para o foco e a diretriz dadas na Interface 1.

[07] A função quadrática  $y = x^2 + bx + c$  com  $b = 1$  e  $c = -2$  tem uma característica interessante: suas raízes são  $b$  e  $c$ . Determine todas as funções quadráticas da forma  $y = x^2 + bx + c$ , com  $b$  e  $c$  diferentes de zero, cujas raízes são  $b$  e  $c$ . Você encontrou uma função quadrática diferente de  $y = x^2 + x - 2$ ?

## INTERFACE 2

[01] Escreva a forma fatorada das seguintes funções quadráticas  $f(x) = 36x^2 + 59x + 24$  e  $g(x) = 7x^2 - 3x - 11$ . Use a interface 2 da atividade para conferir sua resposta!

## INTERFACE 3

[01] Procure no seu livro de matemática por duas funções quadráticas cujos coeficientes sejam números decimais, não todos inteiros. Use então a Interface 3 da atividade para estudar estas funções quadráticas.

## INTERFACE 4

[01] Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ . Descreva o que acontece com o gráfico da função quando o controle deslizante “c” é usado para modificar o valor do coeficiente  $c$ .

[02] Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ . Descreva o que acontece com o gráfico da função quando o controle deslizante “a” é usado para modificar o valor do coeficiente  $a$ .

[03] Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ .

- (a) Descreva o que acontece com o gráfico da função quando o controle deslizante “b” é usado para modificar o valor do coeficiente  $b$ . A concavidade do gráfico é alterada?
- (b) Ative a opção “Exibir o vértice da parábola”. Quando o valor do coeficiente  $b$  é modificado, o vértice  $V$  da parábola descreve uma curva. Que curva é esta? Determine uma equação que a descreva!

[04] Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ . Ative a opção “Exibir o foco e a diretriz”.

- (a) Descreva o que acontece com a distância entre o foco e a diretriz da parábola quando o coeficiente  $a$  se aproxima de 0 (zero).
- (b) Descreva o que acontece com a distância entre o foco e a diretriz da parábola quando o coeficiente  $a$  tende a infinito.

[05] Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ . Ative a opção “Exibir a reta tangente por P”. Com a ferramenta



atividade, clique e arraste o ponto P para uma posição de sua escolha. Agora, ative a ferramenta



e, então, clique sucessivamente no ponto P. Descreva o que acontece entre o gráfico da função quadrática e a reta tangente. O mesmo acontece para outras escolhas para o ponto P?

[06] (Opcional) Usando a Interface 4 da Atividade, considere a função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , com valores iniciais  $a = 1$ ,  $b = 3$  e  $c = 2$ . Ative a opção “Exibir as raízes”. Descreva o que acontece com as raízes desta função quando o coeficiente  $a$  se aproxima de 0 (zero).