

O Problema do Barbante: Quadrado e Círculo

Aluno(a): _____

Turma: _____

Professor(a): _____

Enunciado do Problema

Um fio de barbante de 10 metros de comprimento pode ser usado ou para construir um quadrado, ou para construir um círculo ou ele pode ser cortado em dois pedaços (não necessariamente de mesmo tamanho) de modo que um dos pedaços é usado para construir um quadrado e o outro pedaço é usado para construir um círculo. Quanto deve ser x , a medida em metros do pedaço do barbante usado para construir o quadrado, para que a soma S das áreas das figuras produzidas seja a maior possível? Quanto deve ser x , a medida em metros do pedaço do barbante usado para construir o quadrado, para que a soma S das áreas das figuras produzidas seja a menor possível?

[01] (a) Para se familiarizar com o problema, na Parte 1 da atividade, digite alguns valores para x , observando os desenhos do quadrado e do círculo correspondentes e o valor da soma S das áreas destas regiões. Anote os valores que você digitou na tabela abaixo (acrescente mais linhas, caso sejam necessárias). **Atenção: neste momento, você não precisa se preocupar em determinar os valores de x que maximizam ou minimizam a soma das áreas S . Isto será feito mais adiante.**

x	S

(b) Você digitou algum valor para x que foi recusado pelo programa? Em caso afirmativo, escreva quais foram estes valores.

(c) Os valores de $x = 20$, $x = -2$, $x = 0$, $x = 3.5$, $x = 9.9999$ e $x = 10.0001$ são recusados pelo programa? Por que sim? Por que não?

[02] O problema em questão pode ser modelado por uma função real f de domínio D .

- (a) Vá para a Parte 2 da atividade (clique no link no topo da Parte 1). Habilite a opção “Rastro” e arraste o ponto M . O programa irá marcar alguns pontos do gráfico da função f . Habilite então a opção “Gráfico” para ver o gráfico da função f . Copie à mão este gráfico aqui.
- (b) Determine o domínio D da função f e uma expressão para $f(x)$, isto é, determine o conjunto D de todos os valores de x para os quais o problema “tem sentido” e, para valores de x em D , uma expressão para $f(x)$. Confira sua resposta usando o programa: digite os dados nos campos correspondentes e, então, pressione o botão “Conferir!” para conferir sua resposta. Para fins de comparação, o programa sempre desenhará o gráfico da função que você especificou. **Importante:** você não deve resolver este item por “tentativa e erro”. Pegue lápis e papel e, usando seus conhecimentos de geometria, tente obter o domínio D e uma expressão para $f(x)$. Use então o programa para conferir sua resposta. Anote o seu raciocínio nesta folha.
- (c) Você acertou a função e o domínio de primeira? Em caso negativo, quantas tentativas você usou até o programa lhe dizer que você acertou a resposta? O que você estava errando?

[03] É possível demonstrar que existe um único número real p em D que maximiza a soma S das áreas do quadrado e do círculo. Determine este número real p .

[04] É possível demonstrar que existe um único número real p em D que minimiza a soma S das áreas do quadrado e do círculo. Determine este número real p .

[05] Qual é a imagem da função f que você estabeleceu no item [02] (b)? Em quais intervalos a função f é crescente? E

decreasing?