# O Problema da Embalagem Piramidal

**Aluno(a):** ______________________________________________ **Turma:** ______

**Professor(a):** ____________________________________________________________

**Enunciado do Problema**

| |
|---|
| Um fabricante quer construir uma embalagem no formato de uma pirâmide regular de base quadrada a partir de uma folha de papelão quadrada medindo 2 m por 2 m. Para construir a embalagem, triângulos isósceles são removidos das laterais da folha de papelão. As pontas que sobram são então dobradas para cima de modo a formar uma pirâmide regular de base quadrada. Quanto deve ser x, a metade da medida em metros da diagonal da base quadrada da pirâmide, para que o volume V da embalagem seja o maior possível? |

[01] (a) Para se familiarizar com o problema, na Parte 1 da atividade, digite alguns valores para x, observando o formato correspondente da pirâmide e o valor do seu volume V. Anote os valores que você digitou na tabela abaixo (acrescente mais linhas, caso sejam necessárias). **Atenção: neste momento, você não precisa se preocupar em determinar o valor de x que maximiza o volume V. Isto será feito mais adiante.**

| x | V |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

(b) Você digitou algum valor para x que foi recusado pelo programa? Em caso afirmativo, escreva quais foram estes valores.

(c) Os valores de $x = 2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 0.0001$ e $x = 0.9999$ são recusados pelo programa? Por que sim? Por que não?

[02] O problema em questão pode ser modelado por uma função real f de domínio D.

(a) Vá para a Parte 2 da atividade (clique no link no topo da Parte 1). Habilite a opção "Rastro" e arraste o ponto M. O programa irá marcar alguns pontos do gráfico da função f. Habilite então a opção "Gráfico" para ver o gráfico da função f. Copie à mão este gráfico aqui.

(b) Determine o domínio D da função f e uma expressão para f(x), isto é, determine o conjunto D de todos os valores de x para os quais o problema "tem sentido" e, para valores de x em D, uma expressão para f(x). Confira sua resposta usando o programa: digite os dados nos campos correspondentes e, então, pressione o botão "Conferir!" para conferir sua resposta. Para fins de comparação, o programa sempre desenhará o gráfico da função que você especificou. **Importante:** você não deve resolver este item por "tentativa e erro". Pegue lápis e papel e, usando seus conhecimentos de geometria, tente obter o domínio D e uma expressão para f(x). Use então o programa para conferir sua resposta. Anote o seu raciocínio nesta folha.

(c) Você acertou a função e o domínio de primeira? Em caso negativo, quantas tentativas você usou até o programa lhe dizer que você acertou a resposta? O que você estava errando?

[03] É possível demonstrar que existe um único número real p em D que maximiza o volume V da pirâmide. Usando a Parte 1 da atividade (através de "tentativa e erro"), determine uma aproximação do valor deste p ótimo com duas casas decimais corretas.

[04] Quantas pirâmides diferentes com volume igual a 0.2 $m^3$ podem ser construídas? Justifique sua resposta!

[05] É possível construir uma pirâmide com volume igual a 1 $m^3$? Por que sim? Por que não?

[06] Será que é possível determinar o ponto p ótimo cuja aproximação você calculou no Item [03]? A resposta é sim! É possível demonstrar que o único número real p em D que maximiza o volume V da pirâmide satisfaz a equação

$$2x(5x-4)=0.$$

Resolva esta equação e determine o valor de p. Compare com sua resposta para o Item [03]. **Importante:** não se preocupe, neste momento, em saber como a equação acima foi obtida. Caso você faça a disciplina "Cálculo Diferencial e Integral" na universidade, você aprenderá técnicas matemáticas que permitem deduzir esta equação.

[07] Qual é a imagem da função f que você estabeleceu no item [02] (b)? Em quais intervalos a função f é crescente? E decrescente?

[08] Existe algum valor de x em D que *minimiza* a função que você estabeleceu no item [02] (b)? Por que sim? Por que não?